

**B.Sc. (Part II) Internal Examination, 2020**

**MATHEMATICS**

Paper Third

**(Mechanics)**

*Time: Three Hours*

*Maximum Marks : 100*

नोट : सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

All questions are compulsory. Attempt any *two* parts from each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1

(UNIT—1)

1. (अ) रेखाओं  $x + y = 1$ ,  $y - x = 1$ ,  $y = 2$  द्वारा निर्मित त्रिभुज की भुजाओं के अनुदिश तीन बल P, Q, R क्रियाशील हैं। उनके परिणामों की क्रिया रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

(A-62) P. T. O.

Three forces P, Q, R act along the sides of the triangle formed by the line  $x + y = 1$ ,  $y - x = 1$ ,  $y = 2$ . Find the equation of the line of action of their resultant.

(ब) चार समांग छड़ों को सिरों पर मुक्त रूप से जोड़कर एक समानान्तर चतुर्भुज ABCD बनाया जाता है। इसे A बिन्दु से लटका दिया जाता है तथा एक अविनान्य डोरी AC से इसके आकार को बनाये रखा जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोर का तनाव सम्पूर्ण भार का आधा होता है।

Four uniform rods are freely jointed at their extremities and form a parallelogram ABCD, which is suspended by the join A and is kept in shape by an inextensible string AC. Prove that the tension of the string is equal to half of the whole weight.

(स) लम्बाई  $2l$  और भार  $2lw$  की एक भारी डोरी के सिरे दो छोटे छल्ले से बँधे हैं जो एक स्थिर क्षैतिज तार पर सरक सकते हैं। इन छल्लों में से प्रत्येक पर  $lw$  के बराबर एक क्षैतिज बल क्रियाशील है। दर्शाइये कि छल्लों के बीच की दूरी  $2l \log(1 + \sqrt{2})$  है।

The extremities of a heavy string of length  $2l$  and weight  $2lw$  are attached to two small rings which can slide on a fixed horizontal wire. Each of these rings is acted on by a horizontal force equal to  $lw$ . Show that the distance apart of the rings is  $2l \log(1 + \sqrt{2})$ .

2. (अ) निर्देशांकों और सरल रेखा  $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$  पर

क्रमशः बराबर बल क्रिया करते हैं। इस बल निकाय के केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Equal forces act along the co-ordinate axes and along the straight line  $\frac{x-\alpha}{l} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n}$ . Find the equation of central axis of the system.

(ब) यदि P तथा Q दो अप्रतिच्छेदी बल जिनकी दिशाएँ लम्बवत् हैं, दर्शाइये कि केन्द्रीय अक्ष से उनकी क्रिया रेखाओं की दूरियों का अनुपात  $Q^2 : P^2$  है।

If P and Q be two non-intersecting forces whose direction are perpendicular, show that the ratio of distance of the central axes from their lines of action is  $Q^2$  to  $P^2$ .

(स) दर्शाइये कि किसी भी बल निकाय की शून्य रेखाओं में से चार किसी अतिपरवलय के जनक होते हैं, दो जनकों के एक निकाय के सदस्य होते हैं और दो अन्य निकाय के।

Show that among the null lines of any system of forces four are generators of any hyperboloid, two belonging to one system of generators and two to the other system.

Prove that if the time of flight of a bullet over a horizontal range R is T, the inclination of the direction of projection to the horizontal is

$$\tan^{-1} \left( \frac{gT^2}{2R} \right).$$

इकाई—4

(UNIT—4)

4. (अ) एक कण एक पथ में इस प्रकार गतिमान है कि इसका त्वरण सदैव एक स्थिर बिन्दु की ओर दिष्ट है तथा  $\frac{\mu}{(\text{दूरी})^2}$  के बराबर है। दर्शाइए कि पथ एक शंकु काट है तथा उसपन हुई तीनों स्थितियों पर विचार कीजिए।

A particle moves in a path so that its acceleration is always directed to a fixed point and is equal to  $\frac{\mu}{(\text{distance})^2}$ . Show that the path is a conic section

and distinguish between the three cases that arise.

- (ब) एक बिन्दु समतल वक्र पर इस प्रकार गतिमान है कि उनका स्पर्शरेखीय तथा अभिलम्बिक त्वरण बराबर है तथा स्पर्शरेखा का कोणीय वेग अचर है। वक्र का समीकरण ज्ञात कीजिए।

A point moves in a plane curve, so that its tangential and normal accelerations are equal and the angular velocity of the tangent is constant. Find the equation of the curve.

(A-62) P. T. O.

इकाई—3

(UNIT—3)

3. (अ) एक कण P, O के परितः अचर कोणीय वेग से समान कोणिक सर्पिल वक्र,  $r = ae^\theta$  पर गमन करता है, जहाँ O, सर्पिल का ध्रुव है। P के त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ त्वरण ज्ञात कीजिए।

A point P describes the equiangular spiral  $r = ae^\theta$  with a constant angular velocity about O, where O is the pole of the spiral. Obtain the radial and transverse accelerations of P.

- (ब) एक सरल रेखा में सरल आवर्त गति करते हुए एक बिन्दु के वेग  $V_1$  तथा  $V_2$  हैं जबकि इसकी केन्द्र से दूरियाँ  $x_1$  और  $x_2$  हैं। दर्शाइये कि गति का आवर्तकाल

$$2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{V_2^2 - V_1^2}}$$
 है।

A point does simple harmonic motion along a straight line with velocities  $V_1$  and  $V_2$  when its distances from the centre are  $x_1$  and  $x_2$ . Show that

$$\text{the period of motion is } 2\pi \sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{V_2^2 - V_1^2}}.$$

- (स) यदि एक गोली का क्षैतिज परास R के लिए उड़डयन काल T हो, तो सिद्ध कीजिए कि प्रक्षेप कोण

$$\tan^{-1} \left( \frac{gT^2}{2R} \right)$$
 होगा।

(A-62)

[6]

(स) गुरुत्वाकर्षण के अन्तर्गत कोई कण एक ऊर्ध्वार समतल में चिकने वक्र पर गमन करता है। यदि  $t$  समय में चलित चाप  $\sinh t$  के समानुपातिक है, तब वक्र का रूप ज्ञात कीजिए।

A particle describes a smooth curve under gravity in a vertical plane. If the arcual distance travelled in time  $t$  varies as  $\sinh t$ . Find the shape of the curve.

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) एक कण आकाश में अचर गुरुत्वाकर्षण के प्रभाव में ऐसे माध्यम में गति करता है जिसका प्रतिरोधी बल उसके वेग के समानुपातिक है। कण की गति की विवेचना कीजिए।

A particle falling under gravity (supposed constant) in a medium whose resistance varies as the velocity. Discuss the motion of the particle.

(ब) एक  $m$  संहति का कण गुरुत्वीय आकर्षण के अन्तर्गत ऊर्ध्वारतः ऐसे माध्यम में गिर रहा है जिसका प्रतिरोधी उसके वेग का  $\mu$  गुना है। यदि कण को स्वतंत्र रूप से विश्राम अवस्था में छोड़ा जाये, तो सिद्ध कीजिए कि  $t$  समय में कण द्वारा चलित ऊर्ध्वार दूरी

$$x = \frac{gm^2}{\mu^2} \left[ \frac{\mu t}{m} + e^{-\mu t/m} - 1 \right] \text{ होगी।}$$

(A-62)

[7]

A particle of mass  $m$ , is falling under the gravity through a medium whose resistance is equal to  $\mu$  times the velocity. If the particle were released from rest, show that the distance  $x$ , fallen through in time  $t$  is :

$$x = \frac{gm^2}{\mu^2} \left[ \frac{\mu t}{m} + e^{-\mu t/m} - 1 \right]$$

(स) ध्रुवीय निर्देशांकों (गोलीय निर्देशांक) के पदों में किसी कण का त्वरण ज्ञात कीजिए।

To find the acceleration of a particle in terms of polar co-ordinates (spherical co-ordinates).

4,700

(A-62)